

Рецензія
на дисертаційну роботу
**Кузьміної Влади Олександрівни на тему “Нелінійні інтегро-
диференціальні крайові задачі, не розв'язані відносно похідної”,**
представлену на здобуття наукового ступеня доктора філософії
за спеціальністю 111 Математика
в галузі знань 11 Математика та статистика

Актуальність тематики виконаної роботи. У дисертаційній роботі Кузьміної В.О. “Нелінійні інтегро-диференціальні крайові задачі, не розв'язані відносно похідної” досліджено клас систем інтегро-диференціальних рівнянь, взагалі кажучи, не розв'язаних відносно похідної, для випадку дійсних функцій з дійсним аргументом. Для цих систем проведено глибоке дослідження необхідних і достатніх умов існування розв'язків лінійних та нелінійних крайових задач, у тому числі, для випадків матричних крайових задач та задач із запізненням. Тема дисертації є актуальною завдяки різноманітним застосуванням нелінійних інтегро-диференціальних крайових задач типу Фредгольма з виродженим ядром у механіці та біології, а також в інженерних дисциплінах при моделюванні електричних ланцюгів, транспортних мереж, проблем логістики тощо. Актуальність цієї тематики для фундаментальної науки підтверджується дослідженнями провідних вчених наукової школи А.М. Самойленка та закордонних авторів (Ю.К. Ландо, V. Mehrmann, T. Reis, J. M. Cushing, Tunc C. та інших), наявністю монографій і сучасних статей у цій галузі, дивись, наприклад:

1. Cushing J. M. Integro-differential equations and delay models in population dynamics. Lecture Notes in Biomathematics. Vol. 20. Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag, 1977.
2. Tunc C. Properties of Solutions to Volterra Integro-Differential Equations with Delay. Appl. Math. Inf. Sci. 2016. V. 10, № 5. P. 1775-1780.

Попри довготривалу історію розроблення методів аналізу таких задач, багато з них залишалися нерозв'язаними, або ж схеми побудови розв'язків були недостатньо ефективними для сучасних теоретичних та прикладних застосувань. Наприклад, учнями академіка НАН України А.М. Самойленка були побудовані ітераційні схеми для знаходження розв'язків нелінійних крайових задач для інтегро-диференціальних рівнянь з лінійною збіжністю, тому природним є застосування у дисертації ефективного методу Ньютона, який забезпечує квадратичну збіжність.

Основні наукові результати дисертації. Метою дисертаційної роботи було визначення конструктивних умов існування та побудова алгоритмів знаходження розв'язків інтегро-диференціальних крайових задач, не розв'язаних відносно похідної. Її структуру та основні результати детально обговорено у вступі і досить повно відображені в анотації.

У першому розділі автором дисертації традиційно проведено огляд наукових досліджень, що присвячені досліджуваним крайовим задачам та наведені основні наукові результати на які спиралася автор в своїх дослідженнях.

У другому розділі розглядалася задача побудови розв'язків нелінійної матричної крайової задачі для інтегро-диференціальної системи типу Фредгольма з виродженим ядром, яка, загалом, не є розв'язаною відносно похідної. Досліджена автором задача узагальнює класичні постановки для інтегро-диференціальних систем типу Фредгольма з виродженим ядром.

В цьому розділі Кузьміною В.О. було отримано наступні результати:

- встановлено умови розв'язності та запропоновано схему побудови розв'язків нелінійних інтегро-диференціальних крайових задач, які є узагальненнями результатів, що отримані для лінійної інтегро-диференціальної крайової задачі для випадку нелінійної підінтегральної вектор-функції;
- встановлено умови розв'язності та конструкцію узагальненого оператора Гріна лінійної крайової задачі для матричної інтегро-диференціальної системи типу Фредгольма з виродженим ядром у критичному випадку;
- встановлено умови розв'язності та конструкцію узагальненого оператора Гріна лінійної нетерової крайової задачі для матричної інтегро-диференціальної системи, що є узагальненням інтегро-диференціальні системи типу Фредгольма з виродженим ядром;
- встановлено умови розв'язності та конструкцію узагальненого оператора Гріна крайової задачі для матричної інтегро-диференціальної системи типу Фредгольма з виродженим ядром, що є узагальненням результатів для нетерових крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь;
- встановлено умови існування та конструкцію розв'язку задачі, оберненої до задачі про знаходження розв'язку автономного інтегро-диференціального рівняння типу Фредгольма з виродженим ядром;
- встановлені умови існування, а також конструкція розв'язку задачі про відновлення двоточної крайової умови.

У третьому розділі досліджувалися нелінійні крайові задачі для інтегро-диференціальної системи, не розв'язаної відносно похідної. Лінійна частина цієї інтегро-диференціальної крайової задачі являє собою диференціально-алгебраїчну крайову задачу з матрицею при похідній, яка є прямокутною, або ж квадратною, але виродженою.

В цьому розділі автором дисертації отримано наступні результати:

- встановлено умови розв'язності та конструкцію розв'язків лінійної нетерової крайової задачі для інтегро-диференціальної системи, не розв'язаної відносно похідної, як у критичному, так і у некритичному випадку.

- встановлено умови розв'язності та конструкцію розв'язків нелінійної крайової задачі для інтегро-диференціальної системи, не розв'язаної відносно похідної у критичному та некритичному випадку;

- встановлено умови розв'язності та конструкцію розв'язків нелінійної інтегро-диференціальної крайової задачі з відхиленням аргументу, не розв'язаної відносно похідної.

Ступінь обґрунтованості наукових положень та висновків, сформульованих у дисертації. Наукові твердження, отримані умови розв'язності, побудовані ітераційні схеми та наведені приклади, що викладені автором в дисертації, повністю розкривають їх наукову цінність. Обґрунтованість та достовірність цих наукових положень та висновків, впливають зі строгого та логічного доведення математичних тверджень та безперечно є підґрунтям для подальшого дослідження в напрямі інтегро-диференціальних крайових задач. Наведені в дисертації висновки суттєво узагальнюють отримані раніше наукові результати. Слід відмітити, що достовірність отриманих автором результатів підтверджена широкою апробацією її наукових результатів на закордонних та вітчизняних міжнародних наукових конференціях, а також на наукових семінарах, де вони отримали позитивну оцінку.

Повнота викладення матеріалів дисертації у роботах, які опубліковані автором. Основні наукові положення дисертації та висновки автор дисертації достатньо повно представила в опублікованих роботах, а саме: 9 статтях, 4 з яких входять до науково-метричної бази Scopus, 3 статтях опублікованих у фахових виданнях України категорії Б та 2 у нефахових виданнях України. Результати, які увійшли до дисертації Кузьміної В.О. “Нелінійні інтегро-диференціальні крайові задачі, не розв'язані відносно похідної” отримані автором самостійно.

Постановка задач у різних розділах проводилась спільно з академіком НАН України О.А. Бойчуком, С.М. Чуйком, О.С. Чуйком, О.В. Чуйко та О.В. Несмеловою.

Вищевказане дозволяє стверджувати, що представлена на рецензування дисертація є самостійним, завершеним науковим дослідженням, результати якого у достатній мірі опубліковані та мають значення для розвитку світової та вітчизняної науки.

Оцінка змісту дисертації, її завершеності та дотримання принципів академічної доброчесності. Дисертація складається з анотації, вступу, трьох розділів, висновків та списку використаних джерел. Повний обсяг дисертації становить 142 сторінки. Структура дисертації логічно побудована і сприяє розкриттю теми дослідження та виконанню поставлених завдань. Дисертаційна робота Кузьміної В.О. написана українською мовою, грамотно, загальноприйнятою науковою мовою із використання сучасної наукової термінології. Дисертаційна робота виконана на високому науковому рівні. Під час розгляду дисертаційної роботи порушень академічної доброчесності не виявлено. Вважаю, що дисертація оформлена відповідно до вимог наказу Міністерства освіти і науки України №40 від 12 січня 2017 р. (zareestrovano в Міністерстві юстиції України від 03 лютого 2017 року за №155/30023) та відповідає спеціальності 111 Математика.

Дискусійні положення та зауваження до дисертаційної роботи.

1. У дисертаційній роботі зустрічаються протиріччя у позначеннях, наприклад, у підрозділі 3.1 на с. 72 розмірність функціоналу ℓ у крайовій умові (3.2) визначена, як p , в той час, як у підрозділі 3.2 на с. 82 розмірність цього ж функціоналу v .

2. На с. 85 посилання на формули (2.1), (2.2) треба у двох рядках замінити на (3.1), (3.2).

3. У роботі доцільно було б впорядкувати позначення та термінологію. Так, у підрозділах 2.1, 2.4, 3.1, 3.2, 3.4 при позначенні невідомої використовується вираз $u(t)$, тоді як у підрозділах 2.2, 2.3, 3.3 використовується позначення $z(t)$, яке за змістом позначає подібні об'єкти.

4. В формулі (3.4) z' та z потрібно виправити на u' та u .

5. У роботі зустрічаються технічні описки. Так, рядки 8 та 9 зверху на с. 23 «відхиленням» потрібно виправити на «відхиленням», рядок 11 на с. 32 зверху «навідміну» потрібно виправити «на відміну», рядок 6 зверху на с. 40 «диференціовна» потрібно виправити на «диференційовна», рядок 11 зверху на

с. 60 «інтегро-диференціальній» потрібно виправити на «інтегро-диференціальній», рядок 4 зверху на с.71 та рядок 8 зверху на с. 78 для терміну «інтегрально-диференціальна крайова задача» слід триматися загальної термінології і написати «інтегро-диференціальна крайова задача».

Загальна оцінка дисертаційної роботи та висновок про відповідність вимогам. Рецензована дисертаційна робота є цілісною завершеною науковою працею, в якій досліджено і запропоновано вирішення актуальних наукових проблем. Зазначені зауваження та побажання до дисертації не є принциповими, не впливають істотно на зміст дисертації та не зніжують її наукової цінності.

Вважаю, що дисертаційна робота аспірантки відділу нелінійного аналізу та рівнянь математичної фізики Інституту прикладної математики і механіки НАН України Кузьміної Влади Олександрівни “Нелінійні інтегро-диференціальні крайові задачі, не розв’язані відносно похідної” повністю відповідає вимогам Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії, який затверджено Постановою КМУ від 12.01.2022 № 44, зі змінами внесеними згідно з Постановами КМУ № 341 від 21.03.2022 р., № 502 від 19.05.2023 р. та «№ 507 від 03.05.2024 р., а її автор Влада Олександрівна Кузьміна, заслуговує присудження їй наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика з галузі знань 11 Математика і статистика.

Доктор фізико-математичних наук,
професор, завідувач відділу теорії функцій
Інституту прикладної математики
і механіки НАН України

В.І. Рязанов